ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΧΑΡΙΛΑΟΣ Ν. ΨΑΡΑΥΤΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ Ι (7^{ο} ΕΞΑΜΗΝΟ)
ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 17/02/2009
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: 4
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: 101

Απαντήστε πλήρως σε όλες τις ερωτήσεις για να πάρετε πλήρη βαθμό. Ελλιπείς η/και δυσνόητες απαντήσεις συνεπάγονται μείωση του βαθμού. Επιτρέπονται οι πάσης φύσεως σημειώσεις, αλλά η συνεργασία απαγορεύεται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (25 μονάδες)

Παραγωγική διαδικασία με 3 πόρους και 2 προϊόντα έχει τις εξής συναρτήσεις παραγωγής:

$F = 3ab + 4bc + 5ac$
$G= 2A^2B^2 + 3B^2C^2 + 4A^2C^2$

οπου οι 3 πόροι διέπονται από τις εξής σχέσεις:

$a+A= 10$
$b+B= 15$
$c+C= 20$

Αποφανθείτε αν η κατανομή a=5, b=5, c=10 είναι αποδοτική (ναι η όχι και γιατί). Εάν δεν είναι, βρείτε μια κατανομή που είναι.

ΛΥΣΗ

Οι οριακες παραγωγικοτητες ειναι:

$\partial F/\partial a = 3b+5c$
$\partial F/\partial b = 3a+4c$
$\partial F/\partial c = 4b+5a$
$\partial G/\partial A = 4AB^2 +8AC^2$
$\partial G/\partial B = 4BA^2 +6BC^2$
$\partial G/\partial C = 6CB^2 +8CA^2$

Για τις δοθεισες τιμες (a=5, b=5, c=10, αρα A=5, B=10, C=10),
ελεγχουμε εαν ισχυει η ισοοριακη συνθηκη, και συγκεκριμενα εαν:

$[\partial F/\partial a]/[\partial G/\partial A] = [\partial F/\partial b]/[\partial G/\partial B] = [\partial F/\partial c]/[\partial G/\partial C]$, η, εαν

$$[3b+5c]/[4AB^2 +8AC^2] = [3a+4c]/[4BA^2 +6BC^2]= [4b+5a]/[6CB^2 +8CA^2] \qquad (1)$$

η, εαν
$[15+50]/[2000+4000] = [15+40]/[1000+6000]= [20+25]/[6000+2000]$

η, εαν

$65/6000 = 55/7000 = 45/8000$, το οποιο δεν ισχυει.

Αρα η κατανομη αυτη δεν ειναι αποδοτικη.

Για να βρουμε μια κατανομη που ειναι αποδοτικη (υπαρχουν προφανως πολλες), πρεπει αφ' ενος μεν να ισχυει η (1), αφ' ετερου δε οι σχεσεις

$a+A= 10$
$b+B= 15$
$c+C= 20$

Μια παρατηρηση εδω ειναι οτι εχουμε 5 εξισωσεις και 6 αγνωστους, αρα αν ορισουμε τον ενα αγνωστο (οποιονδηποτε), μπορουμε να βγαλουμε τους υπολοιπους 5.

Σαν παραδειγμα, εαν ορισουμε $c= 10$, τοτε $C= 10$ (οπως πριν), και η λυση για τις υπολοιπες μεταβλητες προσεγγιστικα βρισκεται ιση με

$a= 4{,}082$
$b= 10{,}475$
$A= 5{,}918$
$B= 4{,}525$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 (40 μονάδες)

Σε ένα μεταφορικό δίκτυο 2 πηγών (Α,Β) και 3 προορισμών (1,2,3) έχουμε τα εξής δεδομένα:

$s_A = s_B = 19$, $d_1= 9$, $d_2= 21$, $d_3= 8$.

Ο πίνακας του κόστους c_{ij} είναι

	1	2	3
A	4	4	6
B	5	4	4

(α) (5 μονάδες) να βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος (ελαχιστοποίηση του συνολικού μεταφορικού κόστους)

(β) (5 μονάδες) με όλα τα υπόλοιπα δεδομένα σταθερά και όπως ανωτέρω, πόσο κατ' ελάχιστο πρέπει να είναι το c_{B1} ώστε η λύση του (α) να παραμένει βέλτιστη;

(γ) (10 μονάδες) τι θα συμβεί εάν το c_{B1} πέσει 1 μονάδα πιο κάτω από την απάντηση στο (β);

(δ) (10 μονάδες) πάλι με όλα τα υπόλοιπα δεδομένα σταθερά και όπως αρχικά, ποια είναι η μέγιστη τιμή του c_{B3} ώστε η λύση του (α) να παραμένει βέλτιστη;

(ε) (10 μονάδες) τι θα συμβεί εάν το c_{B3} ανέβει 1 μονάδα πιο πάνω από την απάντηση στο (δ);

ΛΥΣΗ

(α) Βλεπουμε πρωτα οτι η ολικη προσφορα ειναι ιση με την ολικη ζητηση (=38). Ειναι τοτε ευκολο να αποδειχθει οτι η βελτιστη λυση δινεται απο τον εξης πινακα ροων x_{ij}

	1	2	3
A	9	10	0
B	0	11	8

Η λυση αυτη ικανοποιει τη συνθηκη $FOB_i + c_{ij} - CIF_j \geq 0 \ \forall \ (i,j)$ αρα ειναι βελτιστη.

Ο πινακας που ακολουθει δειχνει την τιμη της ποσοτητας $FOB_i + c_{ij} - CIF_j$

	1	2	3
A	0	0	2
B	1	0	0

Εννοειται βεβαια οτι οι τιμες FOB & CIF (μια απο τις οποιες οριζεται αυθαιρετα, εστω στο σημειο A) ικανοποιουν τη σχεση

$x_{ij} (FOB_i + c_{ij} - CIF_j) = 0 \ \forall \ (i,j)$

Αν πχ $FOB_A=10$, τοτε ευκολα βγαινει οτι
$CIF_1= CIF_2 =CIF_3=14$
και $FOB_B=10$

(β) Στην ως ανω βελτιστη λυση, ροη απο το B στο 1 δεν υπαρχει. Αλλα θα μπορουσε ενδεχομενως να υπαρχει, εαν μειωθει το κοστος c_{B1}, τοσο οσο χρειαζεται ωστε η ποσοτητα $FOB_B + c_{B1} - CIF_1$ να γινει <0.

Για να εξακολουθει αυτη η ποσοτητα να ειναι ≥ 0, πρεπει $10+ c_{B1} - 14 \geq 0$, αρα

$c_{B1} \geq 4$, αρα η ελαχιστη τιμη του c_{B1} ειναι 4 (τωρα ειναι στο 5).

(γ) Εαν τωρα $c_{B1} =3$, τοτε $FOB_B + c_{B1} - CIF_1 = -1 <0$. Ολα τα αλλα δεν αλλαζουν, αρα θα πρεπει να υπαρξει ροη απο το B στο 1. Εστω θ αυτη η ροη.

Ειναι ευκολο να δει κανεις οτι η μεγιστη τιμη του θ ειναι 9, οποτε μηδενιζεται η ροη απο το A στο 1. Αντιστοιχα, η ροη απο το A στο 2 θα αυξηθει κατα θ, ενω εκεινη απο το B στο 2 θα μειωθει κατα θ. Ο νεος πινακας ροων θα ειναι

	1	2	3
A	0	19	0
B	9	2	8

Και ειναι ευκολο να δει κανεις οτι η λυση αυτη ειναι βελτιστη.

(δ) Η περιπτωση αυτη δεν ειναι ακριβως η συμμετρικη της προηγουμενης, γιατι στη βελτιστη λυση της ερωτησης (α), ροη απο το B στο 3 υπαρχει και ειναι ιση με 8. Θελουμε να βρουμε τη μεγιστη τιμη του c_{B3} ώστε η λύση του (α) να παραμένει βέλτιστη.

Για να παρεμενει βελτιστη η βελτιστη λυση του (α),
πρεπει $FOB_i + c_{ij} - CIF_j \geq 0 \ \forall \ (i,j)$.

Αν το μονο που αλλαζει εδω ειναι το c_{B3}, τοτε θα εχουμε (με αυτη τη σειρα):

$FOB_A=10$ (αυθαιρετα)
$CIF_1= 14$
$FOB_B=10$
$CIF_2 =14$
$CIF_3=10+ c_{B3}$

Η μονη σχεση την οποια πρεπει να ελεγξουμε (ολες οι αλλες ικανοποιουνται) ειναι η $FOB_A + c_{A3} – CIF_3 \geq 0$, δηλ. $10 +6 – 10 - c_{B3} \geq 0$, αρα $c_{B3} \leq 6$, αρα η μεγιστη τιμη του c_{B3} ειναι 6 (τωρα ειναι στο 4).

(3) Εαν τωρα $c_{B3} =7$, ειναι ευκολο να δει κανεις οτι θα πρεπει να υπαρξει ροη απο το A στο 3, καθ' οσον $FOB_A + c_{A3} – CIF_3 = -1 <0$. Εστω θ αυτη η ροη.

Αποδεικνυεται ευκολα οτι η μεγιστη τιμη του θ ειναι 8, και ο νεος πινακας ροων (ο οποιος και ειναι βελτιστος) ειναι

	1	2	3
A	9	2	8
B	0	19	0

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 (30 μονάδες)

Εταιρία liner έχει το μονοπώλιο σε μια διαδρομή, στην οποία η συνάρτηση κόστους της είναι

$C(X) = 2X$
όπου X είναι η μεταφορική ικανότητα που διαθέτει στη διαδρομή.

Η συνάρτηση προσφοράς του προϊόντος που μεταφέρει η εταιρία δίνεται από τη σχέση

$FOB = S^2$
όπου FOB είναι η τιμή του προϊόντος στην πηγή
και S είναι η προσφορά του προϊόντος.

Η δε συνάρτηση ζήτησης του προϊόντος δίνεται από τη σχέση

$CIF= 10.000/(D)^{1/2}$
όπου CIF είναι η τιμή του προϊόντος στον προορισμό
και D είναι η ζήτηση του προϊόντος.

Αν στόχος της εταιρίας είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, να βρεθεί ο ναύλος που πρέπει να χρεώνει η εταιρία, οι τιμές FOB και CIF, καθώς και η μεταφερόμενη ποσότητα X του προϊόντος.

ΛΥΣΗ

Προφανως X=S=D και r=CIF-FOB (ναυλος)

Κερδος $K = rX-C(X) = (10000/X^{1/2}-X^2)X- 2X = 10000X^{1/2} –X^3 - 2X$

Παραγωγιζοντας και θετοντας = 0, λυνουμε ως προς X = 19,43 (περιπου), οποτε

FOB = 378
CIF = 2269
r= 1891
(περιπου)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4 (6 μονάδες)

Απαντήστε ΝΑΙ η ΟΧΙ, χωρίς εξήγηση. Σωστή απάντηση: +2 μονάδες. Λάθος απάντηση: -2 μονάδες. Μη απάντηση: 0 μονάδες.

Α. Η θεωρία του συγκριτικού πλεονεκτήματος λεει ότι αν μια χώρα είναι πιο παραγωγική από μια άλλη, αυτή θα είναι και ο εξαγωγέας.
Β. Η κινητικότητα στη ναυλαγορά bulk carriers είναι μεγαλύτερη εκείνης στη ναυλαγορά δεξαμενοπλοίων.
Γ. Η Ευρωπαϊκή Ένωση θεσμικά υποστηρίζει την ολιγοπωλιακή συμπεριφορά των κοινοπραξιών.

ΛΥΣΗ

Α. ΟΧΙ
Β. ΝΑΙ
Γ. ΟΧΙ