

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΧΑΡΙΛΑΟΣ Ν. ΨΑΡΑΥΤΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**  
**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ Ι (7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ)**  
**ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 14/2/2012**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ**  
**ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: 3**  
**ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: 100**

Απαντήστε πλήρως σε όλες τις ερωτήσεις για να πάρετε πλήρη βαθμό. Ελλιπίες ή ακατανόητες απαντήσεις συνεπάγονται μείωση του βαθμού. Επιτρέπονται οι πάσης φύσεως σημειώσεις, αλλά η συνεργασία απαγορεύεται.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (30 μονάδες)**

Πλοιοκτητής έχει συνάρτηση χρησιμότητας  $U(x,y) = x^2y$ , όπου  $x$  και  $y$  είναι οι ποσοότητες δυο προϊόντων  $X$  και  $Y$  που καταναλώνει (σε κιλά ανα μήνα). Τα προϊόντα αυτά διατίθενται σε γνωστές τιμές 10 ευρώ ανα κιλό και 5 ευρώ ανα κιλό αντίστοιχα, το δε διαθέσιμο μηνιαίο εισόδημα του για την καταναλώση αυτών των δυο προϊόντων είναι 300 ευρώ.

(α) (10 μονάδες) Προσδιορίστε αν η καταναλώση ( $x=15, y=30$ ) μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα του πλοιοκτητή (ναι ή όχι και γιατί).

(β) (10 μονάδες) Εάν η ως άνω καταναλώση δεν επιτυγχάνει μέγιστη χρησιμότητα, βρείτε ποια καταναλώση το επιτυγχάνει.

(γ) (10 μονάδες) Εάν με τα ίδια υπολοιπα δεδομένα το διαθέσιμο εισόδημα δίνεται παραμετρικά ίσο με  $E$ , να βρεθεί στο επίπεδο  $(x,y)$  η εξίσωση του γεωμετρικού τοπού των βελτιστών ποσοτήτων καταναλώσης.

**ΛΥΣΗ**

(α) Για να είναι βελτιστή, η λύση πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη

$$(\partial U/\partial x)/(\partial U/\partial y) = 10/5 \text{ (λογος τιμών)}$$

ή,  $2xy/x^2 = 2$ , ή  $2y/x = 2$ , ή  $y/x = 1$ , το οποίο για  $(x=15, y=30)$  δεν ισχύει.

(β) Για μέγιστη χρησιμότητα, πρέπει  $x=y$  αφ' ενός,  $10x+5y=300$  αφ' ετέρου. Θετώντας  $x=y$ , έχουμε  $15x=300$ , ή  $x=y=20$ .

(γ) Είναι προφανές ότι ο γεωμετρικός τοπος είναι  $x=y$ .

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 (35 μονάδες)**

Πλοίο feeder χωρητικότητας 500 TEU μεταφέρει φορτία μεταξύ του λιμανιων A (hub port) και B (περιφερειακού λιμανιου), και είναι 50% γεματο και στις δυο κατευθύνσεις. Η απόσταση μεταξύ των A και B είναι 500 ναυτικά μίλια. Ο πλοιοκτητής για κάθε κυκλικό ταξίδι εισπραττει ναυλο ίσο με \$500 ανα μεταφερομενο TEU και πληρώνει τα έξοδα λειτουργίας του πλοίου.

Η ημερησια καταναλώση καυσιμου εν πλω δινεται προσεγγιστικά απο τη σχεση  $FC = 2 + kV^4$  (τοννοι/ημερα), όπου  $V$  είναι η ταχύτητα του πλοίου σε κομβους και  $k$  είναι σταθερα τετοια ωστε εαν  $V=13, FC=20$ . Η ταχύτητα του πλοίου δεν μπορεί να είναι κατωτερη απο 7 η μεγαλυτερη απο 13 κομβους.

Υποθεστε οτι ο χρονος φορτοεκφορτωσης στο καθε λιμανι ειναι αμελητεος και οτι το πλην καυσιμου λειτουργικο κοστος του πλοιου ειναι γνωστο και ισο με \$5000/ημερα. Τελος η τιμη του καυσιμου ειναι γνωστη και ιση με \$800/τοννο. Εαν ο πλοιοκτητης θελει να μεγιστοποιησει το κερδος (η να ελαχιστοποιησει τη ζημια) ανα ημερα απασχολησης του πλοιου, ποια θα πρεπει να ειναι η ταχυτητα που θα επιλεξει; (προχωρηστε οσο μπορειτε)

#### ΛΥΣΗ

Βρισκουμε πρωτα το k. Ειναι τετοιο ωστε  $2 + k(13)^4 = 20$ , η  $k=18/(13)^4$

Ειναι προφανες οτι καθε μερα το πλοιο διανυει 24V ναυτικα μιλια. Αρα ο χρονος ενος κυκλικου ταξιδιου σε μερες ειναι  $T= 2*500/24V = 41,67/V$

Τα εσοδα ενος κυκλικου ταξιδιου ειναι  $2*500*250 = 250000$  (σε καθε σκελος μεταφερει 250 TEU και εισπραττει \$500 ανα μεταφερομενο TEU).

Τα εξοδα ενος κυκλικου ταξιδιου ειναι  $T(2 + kV^4)800+5000T =$

$T\{5000+ 800(2 + kV^4)\}$

Αρα το κερδος ενος κυκλικου ταξιδιου ειναι

$K=250000- T\{5000+ 800(2 + kV^4)\}$

Ανα ημερα απασχολησης διαιρουμε δια T και ειναι

$K/T = 250000V/41,67 - \{5000+ 800(2 + kV^4)\} =$

$=6000V -6600- 800kV^4$

Η πρωτη παραγωγος ειναι  $6000- 3200 kV^3 =0$ , απο οπου προκυπτει οτι  $V=14,38$ .

Λογω του περιορισμου οτι η ταχυτητα V δεν μπορει να ειναι μεγαλυτερη απο 13 κομβους και δεδομενου οτι στο διαστημα [7,13] η συναρτηση K/T ειναι αυξουσα συναρτηση της ταχυτητας, συναγεται οτι η βελτιστη ταχυτητα ειναι 13 κομβοι.

#### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 (35 μονάδες)

Ναυτιλιακή εταιρεία liner απασχολεί τα πλοία της σε δρομολόγιο μεταξύ δύο χωρών Α και Β μεταφέροντας συγκεκριμένο προϊόν από τη χώρα Α στη χώρα Β.

Η καμπύλη προσφοράς του προϊόντος στη χώρα Α δίνεται από τη σχέση :

$$FOB= 0,6S^2 + 50$$

Η καμπύλη ζήτησης του προϊόντος στη χώρα Β δίνεται από τη σχέση:

$$CIF= - 1,4D^2 + 250$$

όπου FOB και CIF είναι οι τιμές του προϊόντος στη χώρα Α και στη χώρα Β αντίστοιχα (σε \$/τόννο), και S και D είναι η προσφορά και η ζήτηση του εμπορεύματος στη χώρα Α και στη χώρα Β αντίστοιχα (σε εκ. τόννους/έτος).

(10 μονάδες) Εάν ο ναύλος που χρεώνει η εταιρεία είναι μηδενικός, πόσο θα είναι το φορτίο που θα μεταφερθεί και ποιά θα είναι η τιμή ισορροπίας για το συγκεκριμένο προϊόν;

(10 μονάδες) Εάν ο ναύλος που χρεώνει η εταιρεία είναι \$10/τόννο, πόσο θα είναι το φορτίο που θα μεταφερθεί και ποιες θα είναι οι τιμές FOB και CIF για το συγκεκριμένο προϊόν;

(15 μονάδες) Εάν η συναρτηση κοστους της εταιρειας ειναι ιση με  $10X^2 + K$  (σε εκ. \$/ετος), οπου X ειναι η ποσοτητα του φορτιου που διακινειται (σε εκ. τόννους/έτος) και K μια σταθερα, ποιος ειναι ο ναυλος που μεγιστοποιει το ετησιο κερδος;

#### ΛΥΣΗ

$S=D=X$  (αυτο ειναι προφανες)

(α) για μηδενικό ναυλο, FOB=CIF  
αρα  $0,6X^2 + 50 = -1,4X^2 + 250$   
Απο όπου βγαίνει ότι  $X = 10$ , FOB=CIF =110.

(β) Αν ο ναυλος είναι 10, τότε CIF-FOB= 10, αρα  
 $-1,4X^2 + 250 - 0,6X^2 - 50 = 10$ , η  
 $2X^2 = 190$ , η  $X = 9,75$ .  
FOB= 107, CIF=117.

(γ) Κερδος =  $rX - C(X) = X(-2X^2 + 200) - 10X^2 - K = -2X^3 - 10X^2 + 200X - K$

Παραγωγίζοντας ως προς X, έχουμε

$$-6X^2 - 20X + 200 = 0, \quad \eta \quad 3X^2 + 10X - 100 = 0$$

απο όπου  $X = 4,34$

FOB= 61,31

CIF= 223,60

$r = 162,28$