

**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
**ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΧΑΡΙΛΑΟΣ Ν. ΨΑΡΑΥΤΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**  
**ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ Ι (7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ)**  
**ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΠΡΟΟΔΟΥ 19/01/2012**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 12.45-14.30**  
**ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: 4**  
**ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: 100**

Απαντήστε πλήρως σε όλες τις ερωτήσεις για να πάρετε πλήρη βαθμό. Ελλιπείς ή ακατανόητες απαντήσεις συνεπάγονται μείωση του βαθμού. Επιτρέπονται οι πάσης φύσεως σημειώσεις, αλλά η συνεργασία απαγορεύεται.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (25 μονάδες)**

Θελούμε να φτιαξουμε μια βαρκα απο μεταλλικο ελασμα που κοστιζει  $k$  ευρω ανα τετραγωνικο μετρο. Η βαρκα εχει σχημα ημικυλινδρικο, με ακτινα  $R$  και μηκος  $S$  (σε μετρα) και ειναι ανοικτη απο πανω (βλ. σχημα). Ο διατιθεμενος προϋπολογισμος ειναι ισος με  $B$  (ευρω).

(ΣΧΗΜΑ ΠΑΡΑΛΕΙΠΕΤΑΙ)

Επιλυστε με τη μεθοδο των πολλαπλασιαστων Lagrange και βρειτε:

(15 μοναδες) Ποιες ειναι οι διαστασεις  $R$  και  $S$  που μεγιστοποιουν τον ογκο της βαρκας.

(10 μοναδες) Ποια ειναι η τιμη του πολλαπλασιαστη Lagrange. Επαληθευστε την τιμη αυτη.

**ΛΥΣΗ**

Το προβλημα γραφεται

$$\text{Max } V(R,S) = \pi R^2 S / 2$$

Με περιορισμο

$$k(\pi R^2 + \pi RS) = B \quad (\text{πολλαπλασιαστης Lagrange } \lambda)$$

$$\text{Η Λαγκρανζιανη ειναι } L(R,S,\lambda) = \pi R^2 S / 2 - \lambda [k(\pi R^2 + \pi RS) - B]$$

Θετοντας ολες τις πρωτες παραγωγους (ως προς  $R$ ,  $S$  και  $\lambda$ ) ισες με μηδεν, εχουμε

$$\text{ως προς } R: \pi RS - 2\lambda k\pi R - \lambda k\pi S = 0$$

$$\text{ως προς } S: \pi R^2 / 2 - \lambda k\pi R = 0$$

$$\text{ως προς } B: k(\pi R^2 + \pi RS) - B = 0$$

Αυτο ειναι συστημα 3 εξισωσεων με 3 αγνωστους, του οποιου η λυση ειναι

$$R = (B/3k\pi)^{1/2}$$

$$S = 2R = 2(B/3k\pi)^{1/2}$$

$$\lambda = (1/2k) (B/3k\pi)^{1/2}$$

Για την επαλήθευση, ο μεγιστος ογκος ειναι  $\pi(B/3k\pi)^{3/2}$   
 Ευκολα αποδεικνυεται οτι η πρωτη παραγωγος ως προς B ειναι ιση με  $\lambda$ .

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 (25 μοναδες)

Παραγωγικη διαδικασια 2 πορων (A, B) και 2 προιοντων (X, Y) περιγραφεται απο τις εξης συναρτησεις παραγωγης:

$$X = 3a_1^2 + 4b_1^2$$

$$Y = 5a_2^2 + 6b_2^2$$

Οι ποσοτητες των διατιθεμενων πορων ειναι

$$A = a_1 + a_2 = 10$$

$$B = b_1 + b_2 = 10$$

Ερευνηστε αν η κατανομη  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 5$  ειναι αποδοτικη. Αν οχι, βρειτε μια κατανομη που ειναι.

### ΛΥΣΗ

Ελεγχουμε αν ισχυει η ισο-οριακη συνθηκη

$$(\partial X / \partial a_1) / (\partial X / \partial b_1) = (\partial Y / \partial a_2) / (\partial Y / \partial b_2), \text{ η εαν}$$

$6a_1/8b_1 = 10a_2/12b_2$ , κατι το οποιο δεν ισχυει για  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 5$ , αρα η κατανομη δεν ειναι αποδοτικη.

Μια αποδοτικη κατανομη πρεπει να ικανοποιει την ως ανω συνθηκη.

Ξεκινωντας απο  $a_1 = a_2 = 5$ , καταληγουμε στη σχεση  $b_1 = 0,9 b_2$

Και τελικα  $b_1 = 5,263$  και  $b_2 = 4,734$  (προφανως υπαρχουν και αλλες).

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 (30 μοναδες)

Σε ενα δικτυο 3 X 3 με συνολικη προσφορα ιση με τη συνολικη ζητηση, οι ναυλοι μεταφορας δινονται απο τον εξης πινακα

Απο- προς	1	2	3
1	20	6	5
2	20	20	7
3	8	20	20

Υποθεστε μια αρχικη λυση που δινεται απο τον εξης πινακα ροων:

Απο- προς	1	2	3
1	10	0	0
2	9	11	0

3	0	8	12
---	---	---	----

Να βρεθεί μια λύση που ελαχιστοποιεί το συνολικό μεταφορικό κόστος.

### ΛΥΣΗ

Με την αρχική αυτή λύση, θέτοντας αυθαίρετα  $FOB(1)=100$ , οι υπολοίπες τιμές είναι  $FOB(2)=FOB(3)=100$ ,  $CIF(1)=CIF(2)=CIF(3)=120$ .

Ο πίνακας της διαφοράς  $FOB(i)+c(i,j)-CIF(j)$  είναι

Απο- προς	1	2	3
1	0	$100+6-120<0$	$100+5-120<0$
2	0	0	$100+7-120<0$
3	$100+8-120<0$	0	0

Διαλεγούμε (αυθαίρετα) τον κλάδο (1,3) και θέτουμε τη ροή στον κλάδο αυτό ίση με  $\theta$ . Το  $\theta$  βγαίνει ίσο με 10 και το νέο σύστημα ροών είναι ως εξής:

Απο- προς	1	2	3
1	0	0	10
2	19	1	0
3	0	18	2

Συνεχίζουμε τη διαδικασία με τον ίδιο τρόπο, μέχρις ότου η διαφορά  $FOB(i)+c(i,j)-CIF(j)$  γίνει  $\geq 0$  παντού.

Μετά από ένα αριθμό παρομοίων βημάτων, η βέλτιστη λύση είναι η εξής

Απο- προς	1	2	3
1	0	10	0
2	0	8	12
3	19	1	0

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4 (20 μονάδες)

Απαντήστε ΝΑΙ/ΟΧΙ χωρίς εξήγηση

Σωστή απάντηση = +4 μονάδες

Λάθος απάντηση = - 4 μονάδες

Μη απάντηση = 0 μονάδες

1. Το ΜΚΣΝ είναι χαμηλότερο για το ναυλωτή από ό,τι είναι για τον πλοιοκτήτη για το ίδιο πλοίο. **ΝΑΙ**
2. Aframax είναι κατηγορία μεγέθους bulk carrier. **ΟΧΙ** (είναι tanker)
3. Η συνάρτηση ζήτησης μεταφορικής ικανότητας είναι πάντοτε φθίνουσα. **ΟΧΙ** (μπορεί να έχει ένα κομμάτι στο οποίο είναι αυξουσα- βλ. ελαστικές προσδοκίες)
4. Μια κατανομή λέγεται πιο αποδοτική από μια άλλη εάν είναι πλησιέστερα στην καμπύλη δυνατοτήτων παραγωγής. **ΟΧΙ** (ο όρος 'πιο αποδοτική' δεν έχει νόημα)

5. Η ευκολία εισόδου στη ναυλαγορά ξηρού φορτίου χυδην είναι μικρότερη από την αντιστοιχία στα δεξαμενοπλοία. **OXI** (είναι παρομοία)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**