

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΧΑΡΙΛΑΟΣ Ν. ΨΑΡΑΥΤΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΙΙ (8ο ΕΞΑΜΗΝΟ)
ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΠΡΟΟΔΟΥ 16/05/2011
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: 3
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: 30

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (10 μονάδες)

Δύο εξωτερικά όμοιοι 'μονόχειροι ληστές' Α και Β σε κάποιο καζίνο έχουν πιθανότητα επιτυχίας ανά παίξιμο ο μὲν Α ίση με 0,1 ο δε Β ίση με 0,6. Μη ξέροντας ποιό είναι το Α και ποιό το Β κάνουμε το εξής πείραμα: Διαλέγουμε ένα από τα δύο μηχανήματα στην τύχη και παίζουμε σ' αυτό Ν φορές. Μετράμε κατόπιν το r, πόσες φορές κερδίσαμε.

- (α) (8 μονάδες) Αναπτύξτε μια σχέση που να δίνει τη δεσμευμένη πιθανότητα P το μηχάνημα που διαλέξαμε να είναι το Α, συναρτήσει των Ν και r.
 (β) (2 μονάδες) Εφαρμογή για Ν=7, r=1 και για Ν=7, r=2¹.

ΛΥΣΗ

- (α) $[0,1^r 0,9^{N-r}] / [0,1^r 0,9^{N-r} + 0,6^r 0,4^{N-r}]$
 (β) 0,995 και 0,616 αντιστοιχα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 (10 μονάδες)

Πλοιοκτήτης πρέπει να διαλέξει μεταξύ των εξής επιλογών για κάθε ένα από 2 όμοια πλοία που έχει:

- Α. Να το χρονοναυλώσει με σίγουρο κέρδος 5 εκ. \$ για ένα έτος
 Β. Να το δώσει στη στιγμιαία ναυλαγορά, όπου σε ένα έτος θα έχει κέρδος 20 εκ. \$ με πιθανότητα 60%, η ζημιά 10 εκ. \$ με πιθανότητα 40%.

- (α) (2 μονάδες) Ποια είναι η βέλτιστη επιλογή του αν έχει ουδέτερη αντιμετώπιση του ρίσκου;
 (β) (8 μονάδες) Όπως το (α) αλλά εάν η συνάρτηση χρησιμότητας του πλοιοκτήτη δίνεται από τον κατωτέρω πίνακα:

x (μεταβολή περιουσιακής κατάστασης σε εκ. \$)	u(x)
-20	-12
-10	-5
-5	-2
0	0
10	3
25	6
40	8

ΛΥΣΗ

- (α) Αν είναι ουδέτερος, τότε οι 2 αποφασίες (για τα 2 πλοία) είναι ανεξαρτητες μεταξύ τους λόγω γραμμικότητας της συνάρτησης χρησιμότητας.
 $E(A)=5$, $E(B)= 0,6*20+0,4*(-10)= 8>E(A)$, άρα η καλύτερη επιλογή είναι η Β και για τα 2.

¹ Η πιθανότητα k επιτυχών εκβάσεων επί συνόλου K ανεξάρτητων δοκιμών με πιθανότητα επιτυχίας p ανά δοκιμή είναι $p^k(1-p)^{K-k} K!/[k!(K-k)!]$

(β) Αν δεν είναι ουδέτερος, ΔΕΝ μπορούμε πλέον να δούμε τις 2 επιλογές ανεξαρτήτα, αλλά συνδυασμένα. Έχουμε 3 επιλογές, C, D, F:

C: AA

$$E(u(C))=u(5+5)=3$$

D: AB η BA

$$E(u(D))=0,6u(5+20)+0,4u(5-10)=0,6*6+0,4*(-2)=2,8$$

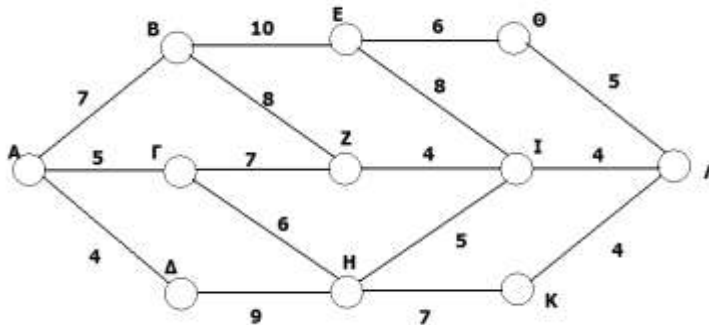
F: BB (βλεπούμε όλους τους συνδυασμούς πιθανών εκβάσεων)

$$E(u(F))=0,36u(20+20)+0,48u(20-10)+0,16u(-10-10)=0,36*8+0,48*3+0,16*(-12)=2,88+1,44-1,92=2,4$$

Άρα η καλύτερη επιλογή είναι η C, δηλ. και και 2 πλοία στη χρονοναυλωση.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 (10 μονάδες)

Οι αριθμοί σε κάθε κλάδο του πιο κάτω δικτύου είναι οι χρόνοι ταξιδιού από τον ένα κόμβο στον άλλο.



(α) (5 μονάδες) Με χρήση δυναμικού προγραμματισμού, να βρεθεί η διαδρομή από το A στο Λ που ελαχιστοποιεί το συνολικό χρόνο ταξιδιού.

(β) (5 μονάδες) Εκτός από το χρόνο ταξιδιού, υπάρχει και χρόνος αναμονής σε κάθε κόμβο (εκτός από τους κόμβους A και Λ). Οι χρόνοι αυτοί αναμονής δίνονται από τον εξής πίνακα:

Κόμβος	Χρόνος αναμονής
B	0
Γ	5
Δ	1
E	4
Z	2
Η	3
Θ	1
I	6
Κ	7

Να βρεθεί ξανά η διαδρομή από το A στο Λ που ελαχιστοποιεί το συνολικό χρόνο ταξιδιού.

ΛΥΣΗ

(α) ΑΓΖΙΑ η ΑΓΗΙΑ, χρονος=20

(β) ΑΒΖΙΑ, χρονος=31