ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΧΑΡΙΛΑΟΣ Ν. ΨΑΡΑΥΤΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ Ι (7ο ΕΞΑΜΗΝΟ)
ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 24/9/2009
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ: 3
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΒΑΘΜΟΣ: 100

Απαντήστε πλήρως σε όλες τις ερωτήσεις για να πάρετε πλήρη βαθμό. Ελλιπείς η/και δυσνόητες απαντήσεις συνεπάγονται μείωση του βαθμού. Επιτρέπονται οι πάσης φύσεως σημειώσεις, αλλά η συνεργασία απαγορεύεται.

ΛΥΣΕΙΣ ΜΕ ΜΠΛΕ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (20 μονάδες)

Απαντήστε ΝΑΙ/ΟΧΙ χωρίς εξήγηση
Σωστή απάντηση: 5 μονάδες
Λάθος απάντηση: -5 μονάδες
Μη απάντηση: 0 μονάδες

1. Η σύσταση καρτέλ στη ναυλαγορά liner είναι παράνομη σύμφωνα με την Κοινοτική νομοθεσία. ΝΑΙ
2. Σύμφωνα με τις συνθήκες Kuhn-Tucker, εάν ένας περιορισμός ισχύει υπό μορφή ισότητας, τότε ο αντίστοιχος πολλαπλασιαστής Lagrange είναι διάφορος του μηδενός. ΟΧΙ
3. Ελαστικές προσδοκίες ως προς την τιμή υπάρχουν εάν αναμένουμε η μελλοντική τιμή να είναι ανώτερη από την τωρινή. ΟΧΙ
4. Σύμφωνα με το κριτήριο του εσωτερικού βαθμού απόδοσης, όσο πιο μεγάλος είναι ο τελευταίος, τόσο πιο επιθυμητή η επένδυση. ΝΑΙ

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 (20 μονάδες)

Παραγωγική διαδικασία με 2 πόρους και 3 προϊόντα έχει τις εξής συναρτήσεις παραγωγής:

$F = 2aA$
$G= 3b^2B^2$
$H= 4c^3C^3$

οπου οι 2 πόροι διέπονται από τις εξής σχέσεις:

$a+b+c= 9$
$A+B+C= 15$

Αποφανθείτε εαν η κατανομή

$a=2, b=3, c=4$
$A=4, B=5, C= 6$

είναι αποδοτική (ναι η όχι και γιατί). Εάν δεν είναι, βρείτε μια κατανομή που είναι.

ΛΥΣΗ

Οι οριακες παραγωγικοτητες για την ως ανω κατανομη ειναι:

$\partial F/\partial a = 2A = 2*4=8$
$\partial F/\partial A = 2a = 2*2 = 4$
$\partial G/\partial b = 6bB^2 = 6*3*25= 450$
$\partial G/\partial B = 6b^2B = 6*9*5= 270$
$\partial H/\partial c = 12c^2C^3= 12*16*216= 41472$
$\partial H/\partial C = 12c^3C^2 =12*64*36=27648$

Για τις τιμες αυτες ελεγχουμε εαν ισχυει η ισοοριακη συνθηκη, και συγκεκριμενα εαν:

$[\partial F/\partial a]/[\partial F/\partial A] = [\partial G/\partial b]/[\partial G/\partial B] = [\partial H/\partial c]/[\partial H/\partial C]$, η, εαν
$8/4 = 450/270 = 41472/27648$, η, εαν
$2 = 1.667 = 1.5$, κατι που δεν ισχυει, αρα η αρχικη κατανομη δεν ειναι αποδοτικη.

Για να βρουμε μια αποδοτικη κατανομη, πρεπει να ισχυει η ισοοριακη συνθηκη, αρα

$a/A = b/B = c/C$ και ταυτοχρονα οι περιορισμοι

$a+b+c= 9$
$A+B+C= 15$

Η λυση $a=b=c= 3$, $A=B=C= 5$ ικανοποιει τις ως ανω σχεσεις αρα ειναι αποδοτικη (προφανως δεν ειναι η μονη).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 (35 μονάδες)

Σε ένα μεταφορικό δίκτυο 3 πηγών (A,B,C) και 3 προορισμών (1,2,3) έχουμε τα εξής δεδομένα:
$s_A = 11$
$s_B = 12$
$s_C = 12$
$d_1= 9$
$d_2= 18$
$d_3= 12$

Ο πίνακας του κόστους $[c_{ij}]$ είναι:

i \ j	1	2	3
A	20	3	-5
B	5	4	3
C	10	-3	2

Έστω η εξής αρχική λύση $[x_{ij}]$ (προσοχή):

i \ j	1	2	3
A	0	0	11
B	9	3	0
C	0	12	0

(α) (15 μονάδες) ξεκινωντας απο την ανωτερω αρχικη λυση, να βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος (ελαχιστοποίηση του συνολικού μεταφορικού κόστους) (β) (10 μονάδες) με όλα τα υπόλοιπα δεδομένα σταθερά και όπως ανωτέρω, πόσο κατ' ελάχιστο πρέπει να είναι το c_{A1} ώστε η λύση του (α) να παραμένει βέλτιστη;

(γ) (10 μονάδες) ποια θα είναι η βέλτιστη λύση εάν το c_{A1} πέσει 1 μονάδα πιο κάτω από την απάντηση στο (β);

ΛΥΣΗ

(α)

Βλεπουμε κατ' αρχας οτι δεν υπαρχει ισορροπια μεταξυ συνολικης προσφορας και συνολικης ζητησης (η δευτερη ειναι μεγαλυτερη κατα 4 μοναδες). Αρα βαζουμε μια φανταστικη πηγη D (με προσφορα = 4 και μηδενικο κοστος προς ολους τους προορισμους), ωστε να αποκατασταθει η ισορροπια. Ετσι ο αρχικος πινακας ροων ειναι ο εξης:

i \ j	1	2	3
A	0	0	11
B	9	3	0
C	0	12	0
D	0	3	1

Ξεκινωντας αυθαιρετα με FOB(A) = 10, και δεδομενου οτι για μη μηδενικες ροες ισχυει το $FOB_i = c_{ij} - CIF_j$, υπολογιζουμε κατα σειρα τις τιμες

CIF(3)= 10+(-5) = 5
FOB(D)= 5-0 = 5
CIF(2)= 5+0 = 5
FOB(C)= 5-(-3) =8
FOB(B)=5-4 =1
CIF(1)= 1+5 =6

Με βαση τις τιμες αυτες, υπολογιζουμε τις τιμες της ποσοτητας $FOB_i + c_{ij} - CIF_j$ στον κατωτερω πινακα:

i \ j	1	2	3
A	10+20-6=24>0	10+3-5=8>0	0
B	0	0	1+3-5=-1<0
C	8+10-6=12>0	0	8+2-5=5>0
D	5+0-6=-1<0	0	0

Βλεπουμε οτι υπαρχει τουλαχιστο ενα ζευγαρι με αρνητικο προσημο. Διαλεγουμε το ζευγαρι (B,3) για νεα ροη, η τιμη της οποιας υπολογιζεται σε θ=1, οποτε εχουμε το νεο πινακα ροων

i \ j	1	2	3
A	0	0	11
B	9	2	1
C	0	12	0
D	0	4	0

Παλι οριζουμε αυθαιρετα FOB(A) = 10, και δεδομενου οτι για μη μηδενικες ροες ισχυει το $FOB_i = c_{ij} - CIF_j$, υπολογιζουμε κατα σειρα τις τιμες

CIF(3)= 5 (οπως πριν)
FOB(B) = 5-3 =2
CIF(1)= 2+5=7
CIF(2)= 2+4=6
FOB(C)= 6-(-3)=9
FOB(D)=6-0 =6

Με βαση τις τιμες αυτες, υπολογιζουμε τις τιμες της ποσοτητας $FOB_i + c_{ij} - CIF_j$ στον κατωτερω πινακα:

i \ j	1	2	3
A	10+20-7=23>0	10+3-6=7>0	0
B	0	0	0
C	9+10-7=12>0	0	9+2-5=6>0
D	6+0-7=-1<0	0	6+0-5=1>0

Εδω εμφανιζεται το ζευγαρι (D,1) με αρνητικο προσημο, και στελνουμε ροη ιση με θ=4, και ο νεος πινακας ροων ειναι

i \ j	1	2	3
A	0	0	11
B	5	6	1
C	0	12	0
D	4	0	0

Ειναι ευκολο να αποδειχθει οτι αυτη ειναι και η βελτιστη λυση.

Για FOB(A) = 10, θα εχουμε
CIF(3)= 5
FOB(B) = 5-3 =2
CIF(1)= 2+5=7
CIF(2)= 2+4=6
FOB(C)= 6-(-3)=9
FOB(D)=7-0 =7

Με βαση τις τιμες αυτες, υπολογιζουμε τις τιμες της ποσοτητας $FOB_i + c_{ij} - CIF_j$ στον κατωτερω πινακα:

i \ j	1	2	3
A	10+**20**-7=23>0	10+3-6=7>0	0
B	0	0	0
C	9+10-7=12>0	0	9+2-5=6>0
D	0	7+0-6=1>0	7+0-5=2>0

Αρα ολα ειναι > η =0, αρα βελτιστη λυση

(β) για να παραμεινει η ως ανω λυση βελτιστη μειωνοντας την τιμη του c_{A1} (ιση τωρα με 20), η τιμη της ποσοτητας $FOB_i + c_{ij} - CIF_j$ που ειναι ιση με 23 θα πρεπει κατ' ελαχιστο να ειναι 0. Αρα το c_{A1} μπορει να πεσει μεχρι και το -3.

(γ) Εαν το c_{A1} γινει ισο με -4, τοτε στον ως ανω πινακα η τιμη στο κελλι (A,1) θα γινει -1 και τοτε θα πρεπει να σταλει ροη απο το A στο 1. Η τιμη της ροης αυτης θα ειναι θ=5 και ο νεος πινακας ροων θα ειναι ο εξης:

i \ j	1	2	3
A	5	0	6
B	0	6	6
C	0	12	0
D	4	0	0

Ειναι ευκολο να αποδειχθει οτι αυτη η λυση ειναι και βελτιστη.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4 (25 μονάδες)

Λιμάνι που ειδικεύεται στα εμπορευματοκιβώτια έχει το μονοπώλιο σε μια περιοχή. Η συνάρτηση κόστους του λιμανιού (σε εκ. € ανά έτος) είναι

C(X) = 50+ 10X

όπου X είναι η ετήσια κίνηση διαμέσου του λιμανιού (σε εκ. TEU).

Η ζήτηση Z (σε εκ. TEU) για τις υπηρεσίες του λιμανιού εξαρτάται από τα τιμολόγια που θα χρεώσει το λιμάνι και περιγράφεται από την εξής σχέση

Z = 2,25 –p/80

όπου p είναι το μέσο τιμολόγιο που χρεώνει το λιμάνι στα φορτία που διέρχονται από αυτό (σε €/TEU).

Εάν στόχος του λιμανιού είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, τι τιμή p πρέπει να χρεώνει και ποια θα είναι η κίνηση διαμέσου αυτού;

ΛΥΣΗ

ΚΕΡΔΟΣ = pX- C(X) = p(2,25 –p/80) -50- 10(2,25- p/80)

Ευκολα αποδεικνυεται οτι η συναρτηση αυτη εχει μεγιστο για p = 95 (€/TEU), οποτε η αντιστοιχη τιμη του X ειναι 1,0625 (εκ. TEU).